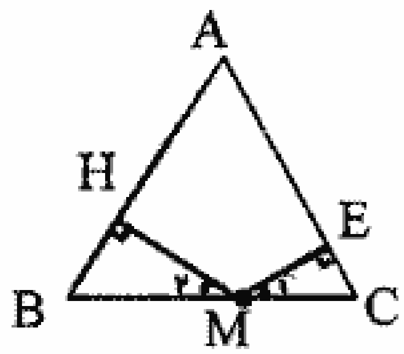
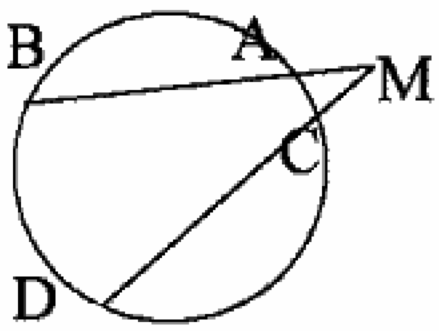
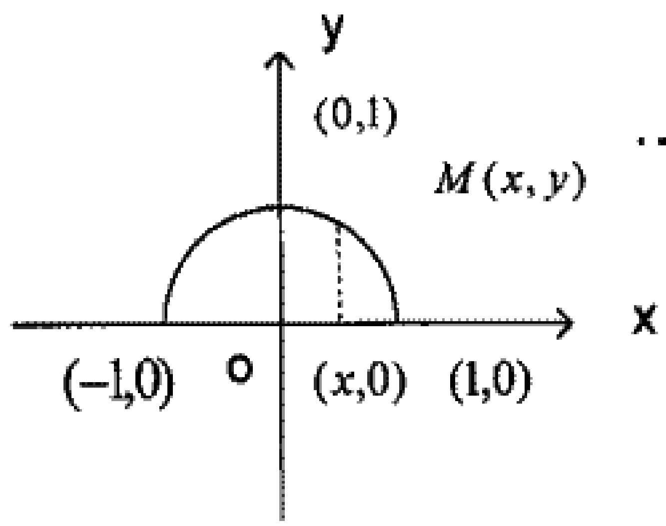
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲) (سالی - واحدی)	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم نظام جدید آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۳/۰۳/۱۰	
		سازمان آموزش و پرورش استان مرکزی	

ردیف	سـؤالات	نمره
۱	قضیه : ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.	۱٫۵
۲	قضیه : ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند ، آنگاه زاویهٔ مقابل به ضلع بزرگتر ، بزرگتر است از زاویهٔ مقابل به ضلع کوچکتر .	۱٫۲۵
۳	مثلث ABC را با معلوم بودن اندازه های ضلع های $BC=a$ و $AB=c$ و میانه BM (میانه وارد بر ضلع AC) رسم کنید .	۱٫۲۵
٤	در مثلث متساوی الاضلاع ABC (شکل مقابل) ، از نقطه M بر دو ضلع دیگر عمود کرده ایم . با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید : $\mathrm{CE}+\mathrm{BH}$ مساوی $\frac{۱}{۶}$ محیط مثلث می باشد . 	۱٫۲۵
۵	ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی برابر با نصف کمان رو به روی آن است.	۱
٦	پاره خط AB به طول ٤ سانتی متر داده شده است کمان در خور زاویه 45° روبرو به این پاره خط را رسم کنید و شعاع دایره ای را که این کمان در خور بخشی از آن است و فاصله مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید .	۱٫۲۵
۷	مقدار x را چنان بیابید که دو دایره به شعاعهای ۸ و ۳ و خط المرکزین $d=13$ دارای مماس مشترک خارجی برابر $5x-3$ باشد .	۱
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

۸	در شکل مقابل داریم $MB = MD$ ، ثابت کنید چهار ضلعی ABDC ذوزنقه متساوی الساقین است .  	۱,۵
۹	الف) خط $y = -2x + 4$ و تصویر بازتاب آن نسبت به $y = -x$ را رسم کنید . ب) معادله تصویر بازتاب خط داده شده را بدست آورید ؟	۱,۵
۱۰	به کمک دوران ثابت کنید هر گاه دو خط یکدیگر را قطع کنند ، زاویه های مقابل مساوی یکدیگرند .	۱,۵
۱۱	تحت یک تبدیل، خط $3x+4y-12=0$ ، تصویر خط $3x+4y+12=0$ است . این تبدیل را به عنوان الف) بازتاب ب) انتقال توصیف کنید. برای هر قسمت شکل رسم کنید.	۱,۵
۱۲	با توجه به شکل هر نقطهٔ مانند M از نیم دایره روی محور Xها تصویر میشود این تبدیل را تصویر قائم نیم دایره روی محور Xها گویند . الف) آیا این تناظر نگاشت از نیم دایره به محور xها است ؟ چرا ؟ ب) اگر نگاشت است آیا یک به یک است ؟ با توجه به شکل توضیح دهید . ج) نقطهٔ $(\frac{1}{4},0)$ تصویر چه نقطه ای از نیم دایره است .  	۱,۵
۱۳	چهار مورد صورتهای مختلف نمایش صفحه را بنویسید .	۱
۱۴	ثابت کنید اگر دو صفحه بر یکدیگر عمود باشند هر خط عمود بر یکی از آنها با دیگری موازی است .	۱,۵
۱۵	«قضیه ی تالس در فضا:ثابت کنید صفحه های متوازی بر خطهایی که آنها را قطع می کنند پاره خطهایی پدید می آورند که نظیر به نظیر متناسبند »	۱,۵
	موفق باشید جمع نمرات	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲) (سالی - واحدی)	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم نظام جدید آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۳/۰۳/۱۰
		سازمان آموزش و پرورش استان مرکزی

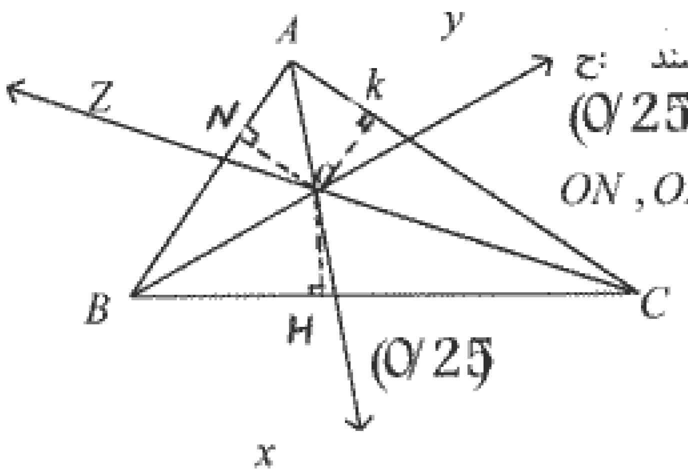
ردیف	راهنمای تصحیح

۱

ف: CZ , By , Ax نیمسازهای داخلی مثلث ABC هستند

ح: CZ , By , Ax همرسند

(0/25)



فرض کنیم By , Ax در نقطه O متقاطعند و ON , OK , OH فاصله O از سه ضلع مثلث باشد (0/25)

$$\left.\begin{array}{l}(O \in Ax , \hat{A} \text{ نیمساز } Ax) \Rightarrow OK = ON \\ (O \in By , \hat{B} \text{ نیمساز } By) \Rightarrow OH = ON \quad (0/25)\end{array}\right\} \Rightarrow OK = OH \quad (0/25)$$

پس نقطه O از اضلاع $\angle C$ به یک فاصله است بنابراین CZ نیز از O می گذرد. (0/25)

۲

ف: $AC > AB$ ح: $\hat{B} > \hat{C}$ (0/25)

اثبات: بر ضلع AC نقطه M را چنان اختیار می کنیم که $AB = AM$. (0/25)

(0/25)

$$\left.\begin{array}{l}AB = AM \Rightarrow \angle B_1 = \angle M_1 \\ \text{از طرفی} \quad \underset{(0/25)}{\angle M_1 > \angle C}\end{array}\right\} \Rightarrow \angle B_1 > \angle C \Rightarrow \underset{(0/25)}{\angle B > \angle C}$$

۳

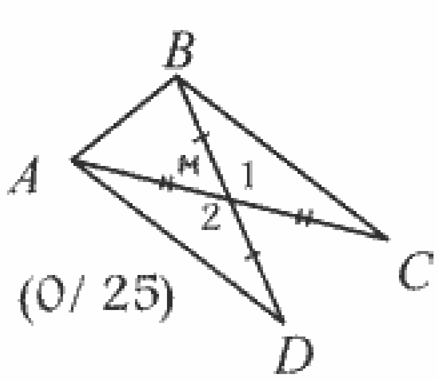
فرض کنیم مثلث رسم شده باشد که در آن BC و AB و BM معلوم باشد از M، MD را هم اندازهٔ BM و در امتداد آن رسم می کنیم (۰/۲۵)

دو مثلث BMC و ADM همنهشت هستند

(زیرا $BM = DM$ ، $AM = MC$ ، $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$) (ض زض) (0/25)

و لذا $AD = BC$ پس مثلث ABD با معلوم بودن سه ضلع آن یعنی $AD = BC$ و $BD = 2MB$ و AB قابل رسم است . (۰/۲۵) .

ابتدا مثلث ABD را با اضلاع معلوم رسم می کنیم و سپس وسط BD را بدست آورده M می نامیم و AM را از سمت M به اندازه خودش امتداد



(0/25)

می دهیم تا نقطهٔ C بدست آید مثلث ABC رسم میشود . (۰/۲۵)

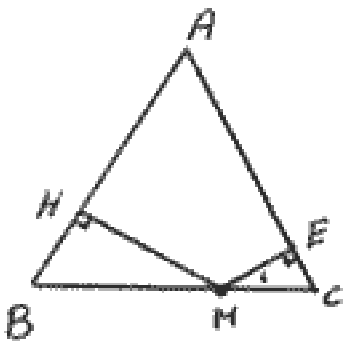
٤

$$\text{در}\quad \Delta\ MEC:\ \left.\begin{array}{l}\hat{E}=90^{\circ}\\ \hat{C}=60\end{array}\right\}\Rightarrow M_1=30^{\circ}\Rightarrow CE=\frac{MC}{2}\quad (0/5)\Rightarrow$$

$$\text{در}\quad \Delta\ MHB:\ \left.\begin{array}{l}\hat{H}=90^{\circ}\\ \hat{B}=60^{\circ}\end{array}\right\}\rightarrow \hat{M}_2=30\rightarrow HB=\frac{MB}{2}\quad (0/25)$$

$$CE+HB=\frac{MC+MB}{2}=\frac{BC}{2}\Rightarrow\ (0/25)$$

$$CE+HB=\frac{1}{6}\times P_{ABC}\qquad (0/25)$$

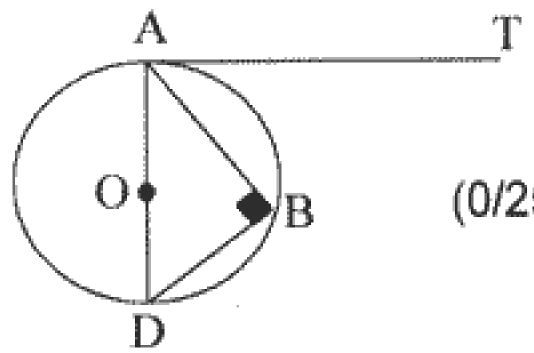


٥

زاویه ظلی $B\hat{A}T$ را در دایره به مرکز O در نظر می گیریم قطر AD از این دایره را که از ر أس A می گذرد رسم می کنیم و از D به نقطه B وصل می نماییم زاویه $A\hat{B}D$ محاطی رو به روی به قطر مساوی 90 است پس

$$\left.\begin{array}{l}A\hat{D}B+D\hat{A}B=90\\ D\hat{A}B+B\hat{A}T=\underset{(0/25)}{90}\end{array}\right\}\Rightarrow B\hat{A}T=A\hat{D}B\quad (0/25)$$

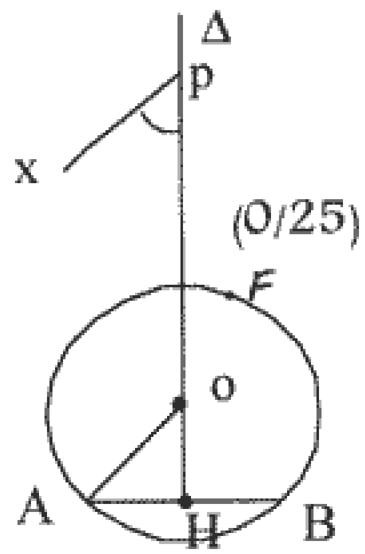
$$A\hat{D}B=\frac{\widehat{AB}}{2}\quad \text{پس}\quad (0/25)\quad \angle BAT=\frac{\widehat{AB}}{2}$$



شکل (0/25)

٦

خط Δ عمود منصف پاره خط AB را رسم می کنیم از نقطه اختیاری p واقع بر Δ نیم خط px را چنان رسم می کنیم که $H\hat{P}X=45^{\circ}$ از نقطه A خطی به موازات px رسم می کنیم تا خط Δ را در o قطع کند به مرکز o و به شعاع OA یک دایره رسم می کنیم کمان $\widehat{AFB}$ از این دایره مکان هندسی خواسته شده است. بازتاب محوری این کمان نسبت به خط AB نیز جواب مسئله است. (0/5)



$$R=\frac{a}{2Sin\alpha}=\frac{4}{2Sin45}=2\sqrt{2}\ \ (0/25)$$

$$OH=R\left|Cos\alpha\right|=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\ \ (0/25)$$

۷

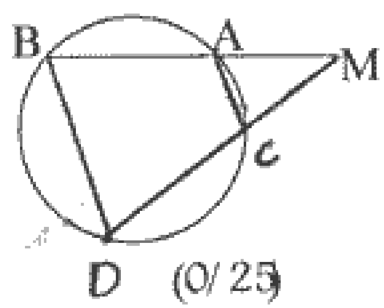
$d=13$

$R=8$ $\qquad TT'=\underset{(0/25)}{\sqrt{d^2-(R-R')^2}}=\underset{(0/25)}{\sqrt{13^2-(8-5)^2}}\Rightarrow$

$R'=3$ $\qquad 5x-3=\underset{(0/25)}{\sqrt{169-25}}\Rightarrow 5x-3=12\Rightarrow 5x=15\ \underset{(0/25)}{\Rightarrow x}=3$

$TT'=5x-3$

۸



(0/25)

$MB=MD$

$MA\,.\,MB=MC\,.\,MD \quad\Rightarrow\quad MA=\underset{(0/25)}{MC}$

$MB-MA=MD-MC \quad (0/25)$

$\underset{(0/25)}{AB=CD} \quad\Rightarrow\quad \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

$B\hat{D}A=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2} \quad (0/25)$

$\Rightarrow \quad B\hat{D}A=C\hat{A}D\Rightarrow AB\parallel BC$

$C\hat{A}D=\dfrac{\overset{\frown}{DC}}{2}$

چهار ضلعی **ABDC** که در آن دو ضلع روبه رو با هم موازی و دو ضلع دیگر با هم برابرند . ذوزنقه متساوی الساقین می باشد (0/25)

۹

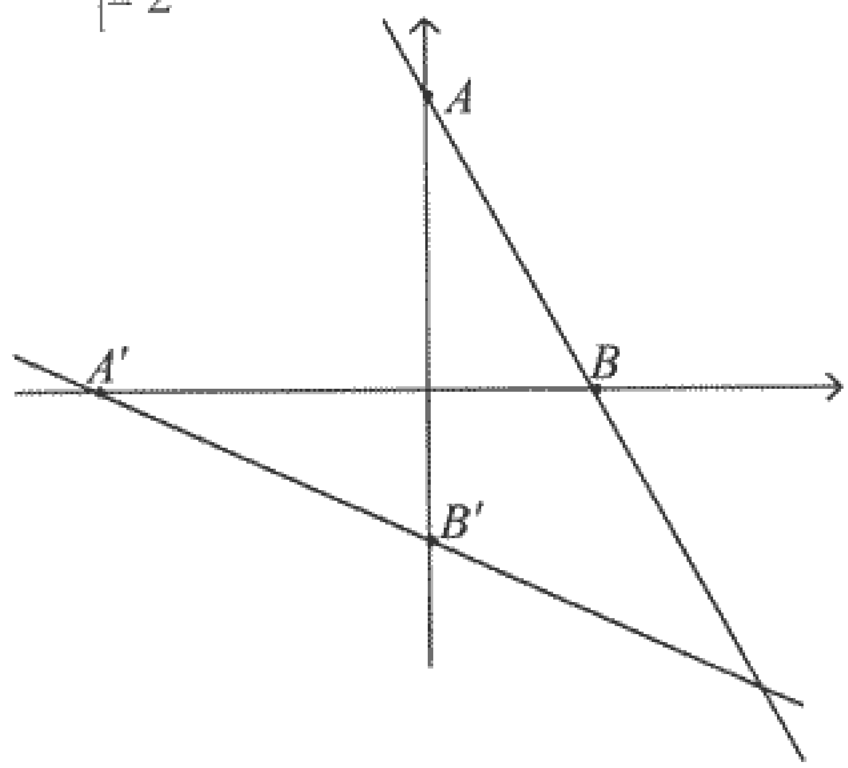
الف) دو نقطه دلخواه از خط را در نظر می گیریم

$T(x,y)=(-y,-x) \to$

$A\left|\begin{array}{l}x=0\\y=4\end{array}\right. \to A'\left|\begin{array}{l}-4\\0\end{array}\right.$

(0/5)

$B\left|\begin{array}{l}x=2\\y=0\end{array}\right. \to B'\left|\begin{array}{l}0\\-2\end{array}\right.$



(0/5)

ب) معادله تصویر :

$\acute{A}\left|\begin{array}{l}-4\\0\end{array}\right. \quad \acute{B}\left|\begin{array}{l}0\\-2\end{array}\right.$

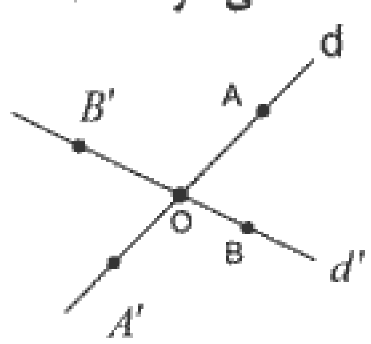
$\Rightarrow \frac{y+2}{x-0}=\frac{-1}{2} \Rightarrow 2y+4=-x$ (0/5)

$y=-\frac{1}{2}x-2$

۱۰

فرض کنیم d', d در O متقاطع باشند بنابراین نقطهٔ A' تصویر نقطه A تحت دوران 180 حول O و نقطه B' تصویر نقطه B تحت همان دوران خواهد بود (۰/۵) و چون O مرکز دوران است پس تصویر زاویه $A\hat{O}B$ همان $\acute{A}\hat{O}B'$ تحت دوران حول O به اندازه 180 است (۰/۵) و لذا چون دوران اندازه زاویه را ثابت نگه می دارد . $A'\hat{O}B' = A\hat{O}B$ (۰/۲۵)

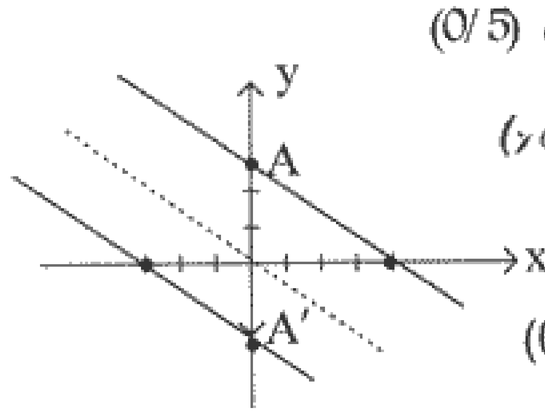
(0/25)



۱۱

الف) تبدیل نسبت به خط $3X+4Y=0$ بازتاب محوری است (0/5)

ب) انتقال تحت تبدیل $T(x,y)=(x,y-6)$ (0/5)



(0/5)

$\overrightarrow{AA'}$ **بردار انتقال است**

۱۲
الف) بله این یک نگاشت از نیم دایره به محور xها است زیرا همهٔ نقاطی که روی نیم دایره قرار دارند ، یک و تنها یک عضو از پاره AB که $A(-1,0)$ ، $B(1,0)$ با محور xها متناظر میشود (۰/۵)

ب) بله یک به یک نیز می باشد چون به عکس هر نقطه روی محور x ها در فاصلهٔ $(-1,0)$ تا $(1,0)$ در نظر بگیریم تصویر یک و فقط یک نقطه روی نیم دایره می باشد . (۰/۵)

ج) میدانیم نقاط روی نیم دایره به شعاع ۱ واقع اند که مختصات آنها بطور کلی $(x,\sqrt{1-x^2})$ (۰/۲۵) زیرا معادله دایره $x^2+y^2=1$ است پس نقطهٔ $(\frac{1}{4},0)$ تصویر نقطه $\left(\frac{1}{4},\sqrt{1-(\frac{1}{4})^2}\right)$ یعنی (0/25) $\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{15}}{4}\right)$

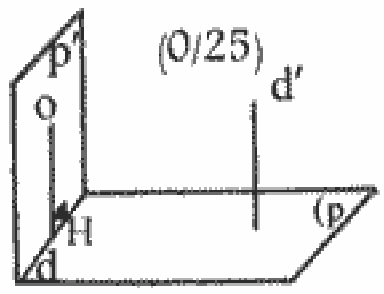
۱۳
الف) سه نقطه غیر واقع بر یک خط راست. ب) یک خط و یک نقطهٔ خارج خط

ج) دو خط موازی d و d' د) دو خط متقاطع d و d' هر مورد (۰/۲۵) نمره

۱٤
دو صفحه p و p' و یک خط d' در نظر می گیریم چنان که $p\perp p'$ و $d'\perp p$ باشد (0/25)

گوئیم اگر خط d' با صفحه p' در نقطه ای مانند o متقاطع باشد از نقطه o

نیم خطی مانند OH در صفحه p' می توان رسم کرد که بر خط d فصل مشترک دو صفحه عمود است (0/25) اما از هر نقطه فقط یک عمود به یک صفحه می توان رسم کرد (0/25) پس اگر خط d' از نقطه o بگذرد لزوماً بر OH منطبق است (0/25) یعنی $d'\subset p'$ پس d' یا اصلاً نقطه مشترکی با p' ندارد و یا تماماً روی p' قرار دارد (0/25)



۱۵
فرضها : صفحات موازی P ، P' و P'' خط ∂ را در نقاط A ، B و C و خط ∂' را در نقاط A' ، B' و C' قطع کرده اند

حکم : $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$ بیان فرض و حکم ← (0/25)

نقطهٔ A' روی صفحهٔ P را به نقطهٔ C روی صفحهٔ P'' وصل می کنیم ، پاره خط $A'C$ صفحه P' را در نقطهٔ M قطع می کند (0/25)

صفحهٔ شامل مثلث ACA' با صفحهٔ P' در پاره خط BM مشترک است و $BM \parallel AA'$ و لذا $\frac{AB}{BC}=\frac{A'M}{MC}$ (1) به دلیل

مشابه $B'M \parallel CC'$ پس $\frac{A'M}{MC}=\frac{A'B'}{B'C'}$ (2) (0/25)

از (1) و (2) $\Longrightarrow \frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$ (0/25) $\Longrightarrow \frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$ (0/25)

رسم
(0/25)